



PREVISÃO DA PERDA POR INSERÇÃO ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DE REDES NEURONAIS ARTIFICIAIS E MÁQUINAS DE VETORES DE SUPORTE

Luís Pereira¹ ; Luís Godinho¹; Fernando G. Branco¹; Paulo da Venda Oliveira¹; Pedro Alves Costa²; Aires Colaço²

¹ - Universidade de Coimbra, ISISE, ARISE, Departamento de Engenharia Civil, Coimbra, Portugal

lfmpereira@student.uc.pt, lgodinho@dec.uc.pt, fjbranco@dec.uc.pt, pjvo@dec.uc.pt

² - Universidade do Porto, CONSTRUCT-FEUP, R. Roberto Frias, Porto, Portugal
pacosta@fe.up.pt, aires@fe.up.pt

Resumo

A utilização de barreiras e trincheiras enterradas constitui uma estratégia interessante de mitigação de vibrações geradas por meios de transporte e operações de construção. A sua análise passa, usualmente, pela utilização de métodos numéricos como FEM ou BEM, realizando simulações complexas e com elevado custo computacional. No presente trabalho avalia-se a possibilidade de utilização de metodologias baseadas em "*machine learning*" (ML) para prever a eficácia deste tipo de medidas. Para tal, é gerada uma base de dados a partir de simulação numérica, considerando um conjunto alargado de configurações de um sistema geotécnico estratificado, para os quais é avaliada a perda por inserção proporcionada por uma trincheira não preenchida. Avalia-se, depois, a aplicabilidade de duas estratégias de previsão, baseadas respetivamente em redes neuronais artificiais (RNA) e máquinas de vetores de suporte (SVM). Os resultados oferecem perspetivas animadoras sobre a eficácia da utilização de modelos RNA e SVM.

Palavras-chave: vibrações, perda por inserção, aprendizagem computacional, geotecnia, elementos finitos.

Abstract

The use of barriers and buried trenches constitutes an interesting strategy for mitigating vibrations generated by transportation means and construction operations. Their analysis typically involves the use of numerical methods such as FEM or BEM, conducting complex simulations with high computational cost. In this study, the possibility of using *machine learning* (ML) methodologies to predict the effectiveness of such measures is evaluated. For this purpose, a database is generated from numerical simulation, considering a wide range of configurations of a stratified geotechnical system, for which the insertion loss provided by an unfilled trench is evaluated. Subsequently, the applicability of two prediction strategies based respectively on artificial neural networks (RNA) and support vector machines (SVM) is assessed. The results offer encouraging prospects regarding the effectiveness of using RNA and SVM models.

Keywords: vibrations, machine learning, insertion loss, geotechnics, finite elements.

PACS no. 43.40. Tr; no. 43.40. At; no. 43.40.Kd.

1 Introdução

A mitigação de vibrações resultantes do desenvolvimento das redes de transporte (ferroviário e rodoviário) [1], da atividade de setores como o da construção civil e exploração de georrecursos, ou mesmo resultantes de eventos naturais como sismos, é uma preocupação de extrema relevância na sociedade humana, particularmente em ambientes urbanos densamente povoados, já que essas vibrações podem causar desconforto nas populações da envolvente [2], assim como danos estruturais de maior ou menor relevância nas estruturas vizinhas [3], ou falhas no funcionamento de equipamentos sensíveis [4]. Vibrações na gama de frequências de 1-80Hz são percebidas por moradores próximos, enquanto vibrações com frequência mais elevada, na ordem de 16-250Hz, manifestam-se como ruído re-radiado no interior de edifícios [5].

Duas das soluções consideradas eficazes para solucionar este problema passam pela aplicação de barreiras preenchidas com algum tipo de material que dissipe ou promova a reflexão da energia incidente, e pela abertura de trincheiras não preenchidas. O estudo da eficácia desta última solução com base em metodologias de *machine learning* foi alvo de análise aprofundada neste estudo. As trincheiras não preenchidas funcionam como barreiras físicas que atenuam a propagação de ondas sísmicas e vibrações, desviando ou dissipando a energia antes que esta atinja estruturas sensíveis [6]. É uma solução eficaz e flexível, podendo ser adaptada a diferentes contextos geológicos e arquitetónicos. Quando comparadas com barreiras preenchidas, tendem a exibir maior eficácia no isolamento de vibrações provocadas por ondas superficiais, sendo no entanto a sua aplicabilidade fortemente condicionada pela estabilidade dos solos (tendem a exigir mais manutenção) e pela própria geometria da trincheira [7]. Woods [3] demonstrou que o rácio entre a profundidade da barreira e o comprimento de onda da onda de *Rayleigh* (LR) é o parâmetro geométrico mais importante no processo de amortecimento da propagação da onda. Outras pesquisas demonstram que esta relação deve ser superior a 0.6LR, de modo a garantir maior eficácia na filtragem das vibrações [8] [9], e que a profundidade da trincheira é mais determinante do que a sua espessura [4].

A quantificação da eficácia da implementação de uma trincheira pode fazer-se através da determinação do parâmetro descritor “perda por inserção” (*insertion loss* – IL), que indica a diferença na amplitude vibracional medida devida à inserção de um dispositivo de controlo de ruído num dado sistema em estudo. Matematicamente, a perda por inserção define-se como a razão logarítmica da amplitude vibracional (em dB) antes e depois da inserção desse dispositivo [10], tal como demonstrado na seguinte equação:

$$IL = 20 \log_{10}(V_{t1}/V_{t2}) \text{ dB} \quad (1)$$

Com V_{t1} sendo a velocidade de vibração antes da inserção do dispositivo de controlo de ruído, e V_{t2} a velocidade de vibração depois da sua instalação.

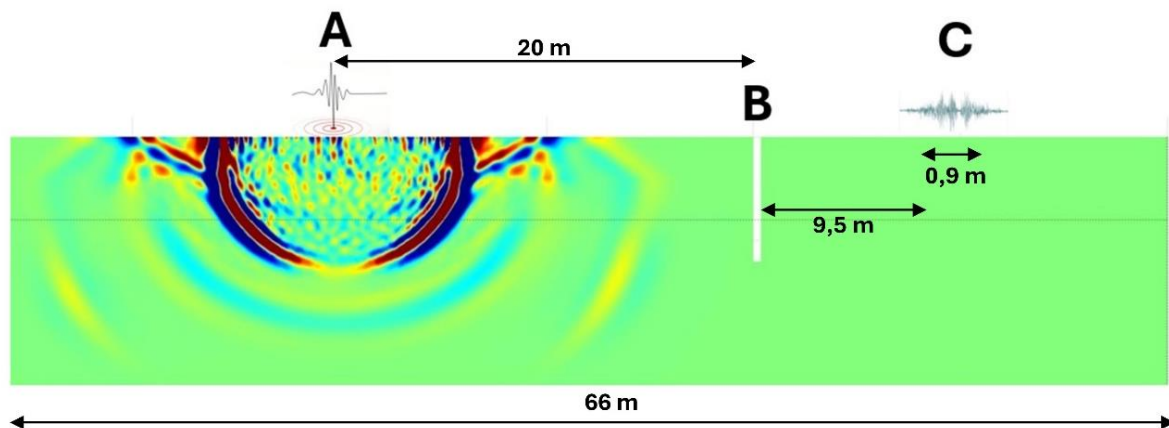
Neste estudo, geraram-se simulações da propagação de um impulso transiente (wavelet de *Ricker*) através de um sistema composto por 2 camadas (com espessuras variáveis) de materiais homogéneos (variando, dentro de limites realistas, a densidade, coeficiente de *Poisson* e módulo de *Young*), uma camada de amortecimento também homogénea com espessura fixa de 8 metros, e uma trincheira com profundidade e espessura variáveis. De seguida, repetiu-se o processo, gerando simulações com todos os parâmetros iguais, mas sem a presença da trincheira, com o objetivo último de calcular a perda por inserção (IL).

2 Método de elementos finitos

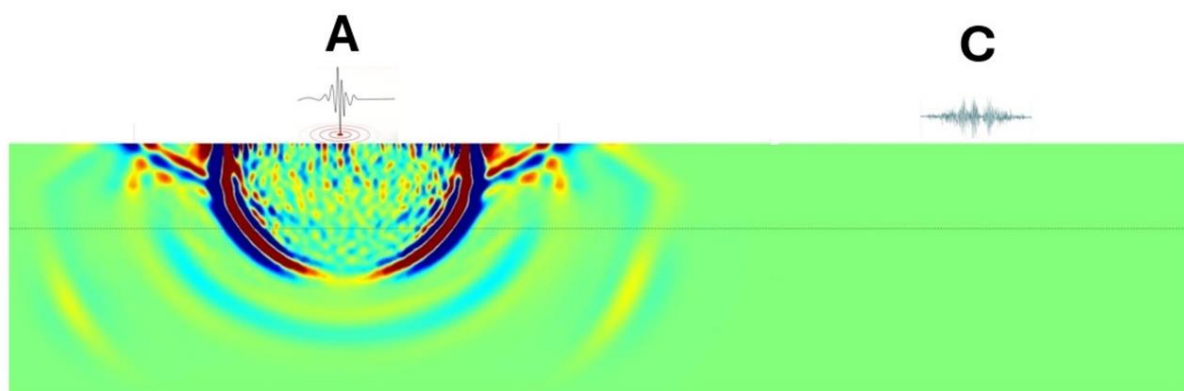
O método dos elementos finitos é uma metodologia numérica de análise e resolução (quase sempre aproximada de problemas para os quais não se conhece uma solução exata que possa ser expressa de forma analítica. Como abordagem numérica por excelência, exige recursos computacionais significativos, o que faz com que se tenha desenvolvido a par do desenvolvimento tecnológico e aumento da capacidade de cálculo dos meios digitais.

É utilizado em diversas áreas de atividade humana, desde o estudo de sistemas vibracionais, análise do comportamento de materiais, resolução de problemas de condutibilidade de calor, eletricidade e magnetismo, entre outras [11]. Esta metodologia discretiza o domínio em elementos finitos de forma adequada (em uma, duas, ou três dimensões), possibilitando o desenvolvimento de uma solução aproximada para a equação diferencial parcial para cada um desses elementos (no caso de estudo, elementos triangulares). A solução total é gerada juntando as soluções individuais, desde que garantidas as condições de continuidade nas fronteiras entre os elementos [12].

Neste estudo, foi desenvolvido, em ambiente MATLAB, um modelo recorrendo ao método de elementos finitos (FEM), tendo sido calculados espectros de níveis vibracionais em bandas de terços de oitava. A Figura 1 mostra um exemplo do modelo, composto por duas camadas de materiais homogêneos com espessura variável, sobre uma camada de amortecimento (necessária para simular um meio infinito) com espessura fixa de 8 metros. Tem uma dimensão de 66 metros de comprimento, com o ponto de impacto situado 20 metros à esquerda da trincheira (neste exemplo, a trincheira tem 6 metros de profundidade e 0.36 metros de espessura). Os 10 sensores à superfície que registaram os níveis vibracionais com e sem trincheira, situam-se a uma distância entre, aproximadamente, 9.5 metros a 10.4 metros para o lado direito da trincheira (a 10 cm de distância entre si), como demonstrado na figura 1.a). A figura 1.b) demonstra um exemplo de uma simulação sem a presença da trincheira.



a)



b)

Figura 1 – Exemplos de simulação de propagação de onda em modelo FEM. 1.a) Cenário com trincheira: A – Ponto carregado (deflagração da onda); B – Trincheira; C – Localização dos sensores. 1.b) Cenário sem trincheira: A – Ponto carregado (deflagração da onda); C – Localização dos sensores.

A espessura da camada de amortecimento foi mantida fixa (8 metros), e foi imposta uma correlação entre os valores do módulo de elasticidade e a densidade [13], de acordo com a relação:

$$E = 14.13\gamma_d - 180.63 \quad (2)$$

Todos os restantes parâmetros foram variados aleatoriamente, dentro de limites conhecidos como sendo realistas (ver Tabela 1).

Tabela 1 – Parâmetros relevantes e intervalos de variação limite para a simulação MEF.

PARÂMETROS GEOMÉTRICOS	
Parâmetro	Valores limite
Espessura da camada 1	[1 a 5] m
Espessura da camada 2	[1 a 5] m
Profundidade da trincheira	[3 a 7] m
Espessura da trincheira	[0.1 a 0.5] m
PARÂMETROS ELÁSTICOS	
Parâmetro	Valores limite
Módulo de Young (E)	[10E6 a 200E6] Pascal
Coefficiente de Poisson (μ)	[0.27 a 0.37]
PARÂMETROS FÍSICOS	
Parâmetro	Valores limite
Densidade (ρ)	[1350 a 2000] kg/m ³

3 Machine Learning

Nas últimas décadas, a inteligência artificial tem vindo a ocupar uma posição de crescente destaque nas nossas vidas. Interagimos com a inteligência artificial em áreas essenciais para a atividade humana moderna, como a utilização de softwares com reconhecimento de voz e facial, alertas de trânsito e meteorológicos, diagnósticos médicos e veículos com capacidade de condução autónoma, entre muitas outras aplicações diversificadas e transversais à nossa sociedade. Todas essas aplicações pertencem a um subdomínio da inteligência artificial designado *machine learning*, que, desde os anos 90 do século passado se destaca como seu ramo mais bem-sucedido [14].

3.1 Redes neuronais artificiais

Uma Rede Neural Artificial (RNA) é um modelo matemático ou computacional que simula os aspetos estruturais e funcionais das redes neurais biológicas. É uma metodologia que consiste num conjunto de neurónios artificiais interconectados que processam informações a partir de uma abordagem conexionista. A estrutura da RNA é modificada com base nos dados que percorrem a rede durante a fase de aprendizagem ou treino [15]. Esta metodologia é amplamente utilizada no setor da engenharia, como por exemplo em ensaios não destrutivos para monitorizar estruturas. É também utilizada na avaliação de patologias, na avaliação do risco de deslizamentos, e na monitorização de fissuras em estruturas edificadas, para além de conseguir prever parâmetros mecânicos e físicos relevantes, reduzindo a necessidade de ensaios laboratoriais ou de campo [16][17].

Neste estudo, foi criado, em ambiente MATLAB, um modelo RNA supervisionado de regressão com o objetivo de prever o parâmetro “perda por inserção - IL”. O modelo é composto por 3 camadas de neurónios com o seguinte número de neurónios por camada [(16 10 11)]. O conjunto de dados foi dividido aleatoriamente em três subconjuntos de treino, teste e validação, em proporções percentuais [(70 15 15)] frequentemente aplicadas em pesquisas semelhantes [18].

Definiram-se 1000 ciclos (*epochs*) de iteração, verificou-se que o ritmo de aprendizagem que garantia melhores resultados era de 0.1, e utilizou-se o algoritmo de treino *trainbr*, que atualiza os valores dos pesos e desvios de acordo com a otimização de *Levenberg-Marquardt*, minimizando a função objetiva com o objetivo de produzir uma rede que generalize bem (regularização Bayesiana). Adicionalmente, entre cada camada foi utilizada a função de ativação *logsig*, a função logística sigmóide. Esta função de ativação baliza todo o output entre 0 e 1, particularidade considerada vantajosa neste caso, uma vez que, dada a disparidade de ordens de grandeza dos parâmetros de entrada, optou-se pela sua normalização, com o objetivo de facilitar o processo de aprendizagem da RNA.

3.2 Máquinas de vetores de suporte

As máquinas de vetores de suporte (SVM) são técnicas de aprendizagem supervisionada amplamente utilizadas para problemas de classificação e regressão, como por exemplo, na identificação de imagens e na análise de tendências na bolsa de valores. Esta metodologia funciona definindo um hiperplano que melhor divide os pontos de dados em diferentes categorias, maximizando a margem entre eles. Demonstram eficácia mesmo com conjuntos de dados de treino pequenos, mas podem exigir fatores não lineares para separar pontos que não podem ser divididos por um hiperplano simples, processo conhecido como máquinas de *Kernel* [19][20][21].

Neste estudo, foi desenvolvido um modelo SVM treinado em ambiente MATLAB para prever o mesmo parâmetro (IL). Optou-se pela função de treino “*ftrsvm*”, com um *script* que permitia a modificação

manual dos hiperparâmetros *box constraint*, *epsilon*, *kernel scale* e *kernel function*. Foram realizadas diversas tentativas com diferentes funções *kernel*, e chegou-se a conclusão de que a função que devolveu a melhor combinação de compromisso entre os conjuntos de dados utilizados no treino e o conjunto de dados novos foi a “*polynomial*”, que garantiu uma transição dos dados para um espaço dimensional mais elevado, o que permitiu uma separação mais eficaz e uma superior capacidade de generalização do modelo SVM.

4 Resultados e Discussão

Na Figura 2 apresenta-se o coeficiente de correlação (R) entre os dados numéricos e os dados resultantes do treino dos modelos RNA e SVM, treinados com parte dos dados, e validados com um conjunto de dados não utilizados (set de validação) durante o processo de treino de ambos os modelos *machine learning*.

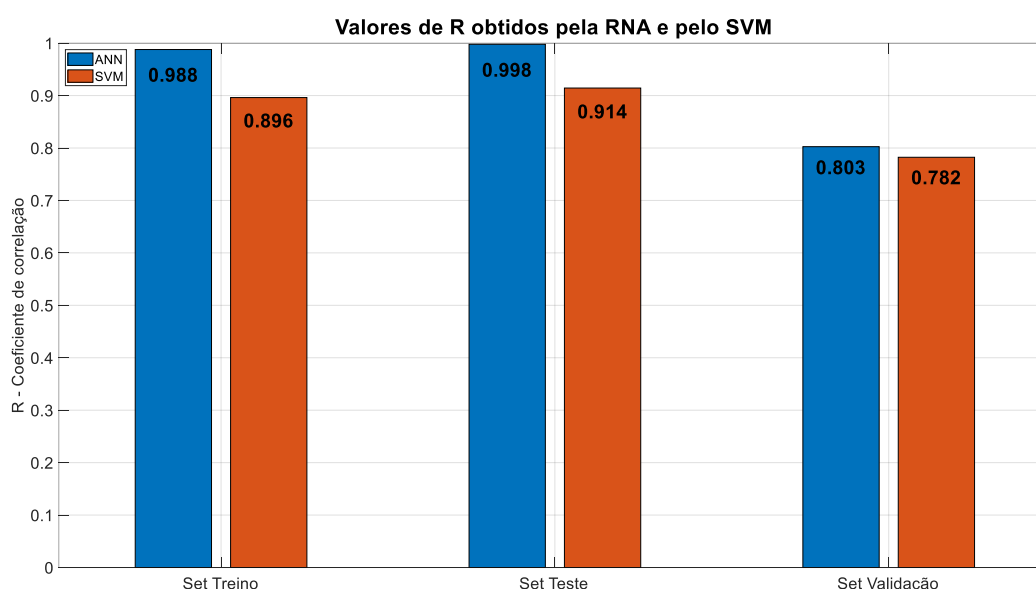


Figura 2 – Coeficiente de correlação (R) dos métodos *machine learning* (RNA e SVM), relativamente ao método numérico.

Da análise da figura, é possível verificar que ambos os modelos *machine learning* apresentam uma correlação elevada para os conjuntos de dados de treino e teste, com valores sempre acima de 0.89. A capacidade de generalização de ambas as metodologias é também elevada, com coeficientes de correlação de 0.80 para o modelo RNA e de 0.78 para o modelo SVM, o que demonstra uma performance muito competente por parte dos modelos quando na presença de dados novos, não utilizados no processo de treino (set de validação).

A figura 3 apresenta a sobreposição das curvas da perda por inserção (IL médio) determinadas logaritmicamente pelos diferentes métodos (numérico, RNA e SVM), em função do número de simulações e demonstra de forma muito clara a proximidade entre os valores obtidos pelos modelos *machine learning* e os valores numéricos.

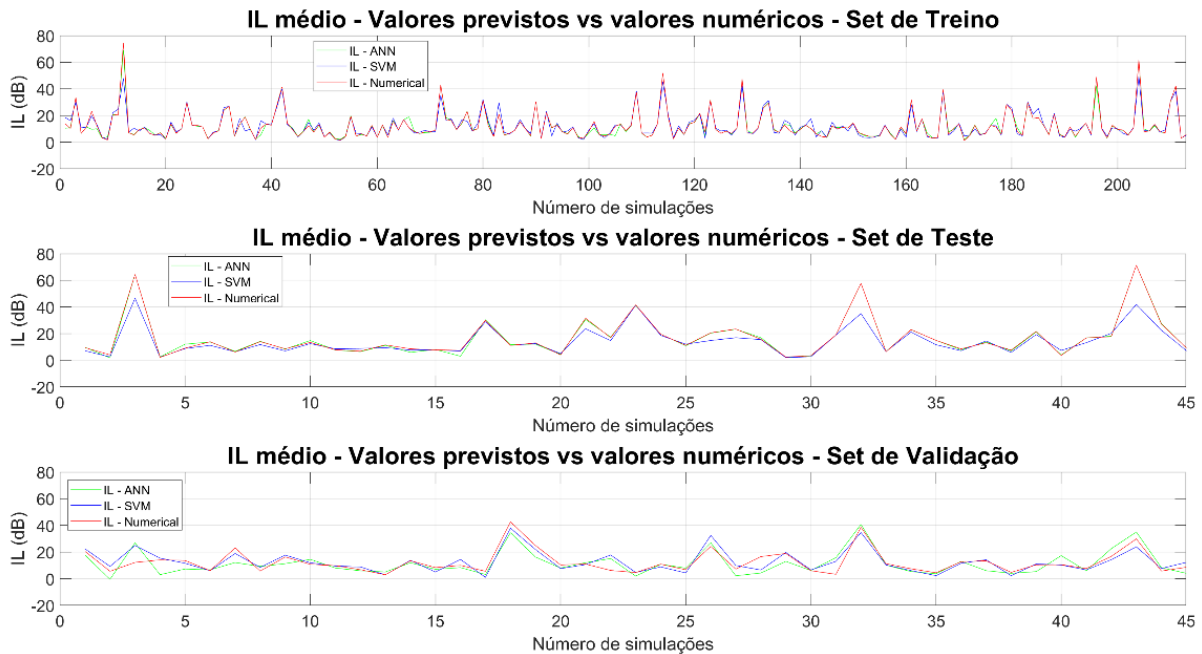
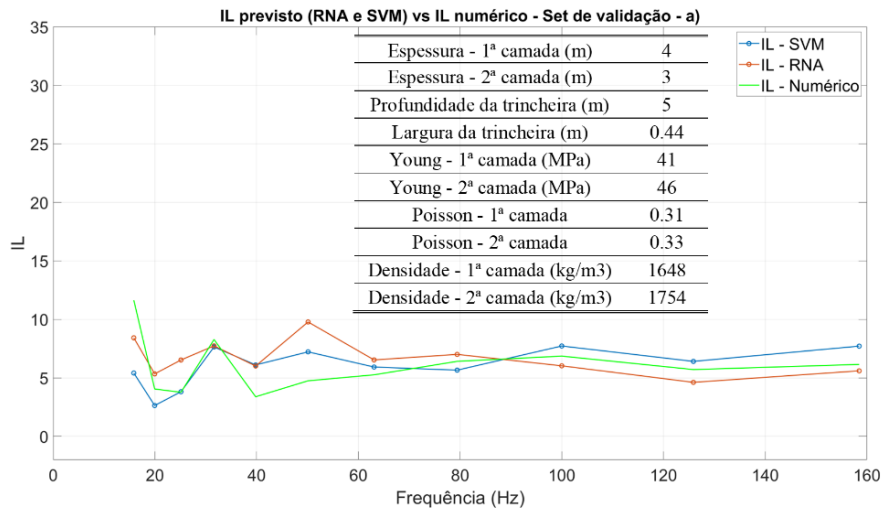


Figura 3 – Sobreposição das curvas da perda por inserção (IL médio) de todas as metodologias, em função do número de simulações, para os diferentes sets de dados (treino, teste e validação).

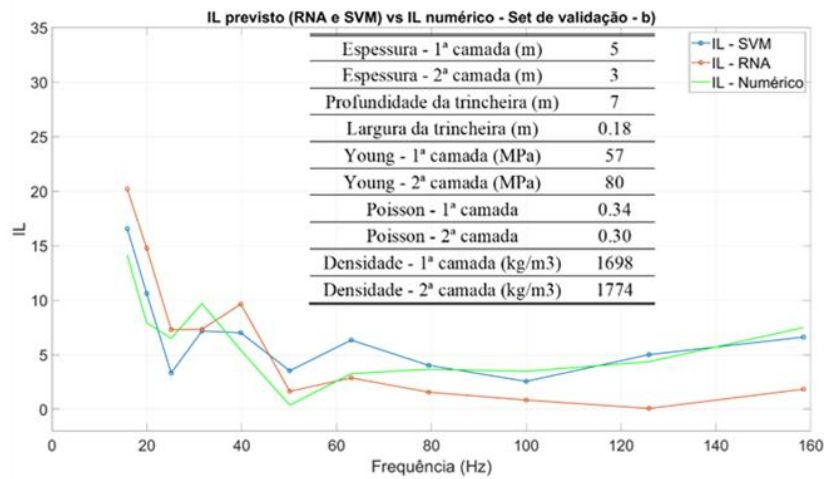
Analisando a figura, é visível a clara sobreposição das previsões de ambos os modelos *machine learning*, entre si e com os valores numéricos, o que demonstra inequivocamente a excelente capacidade destes modelos para fazerem uma previsão competente do parâmetro perda por inserção. Naturalmente, é visível um maior desfasamento entre as previsões RNA e SVM e os valores numéricos no conjunto de dados de validação, uma vez que estes não faziam parte dos dados que permitiram o treino de ambos os modelos *machine learning*. Ainda assim, o comportamento dos modelos é muitíssimo competente nesse conjunto de dados, como demonstrado pelo elevado coeficiente e correlação obtido (visível na figura 2), e a forma como seguem de forma muito próxima a curva do modelo numérico, ao longo dos 45 casos que compõem o set de validação.

4.1 Aplicação a casos específicos do conjunto de validação

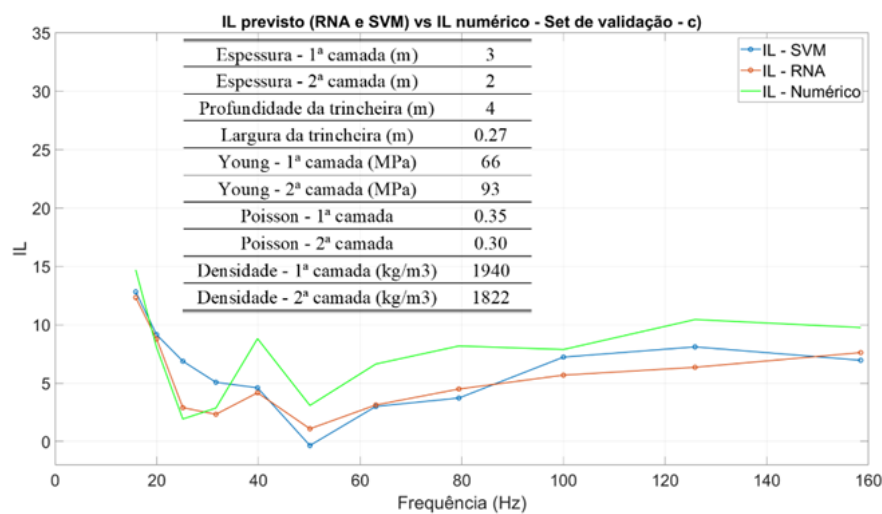
A figura 4 apresenta o IL para quatro simulações específicas pertencentes ao set de dados de validação, para a gama de frequências de 0-160 Hz, assim como as propriedades geométricas e elásticas de cada um dos casos.



a)



b)



c)

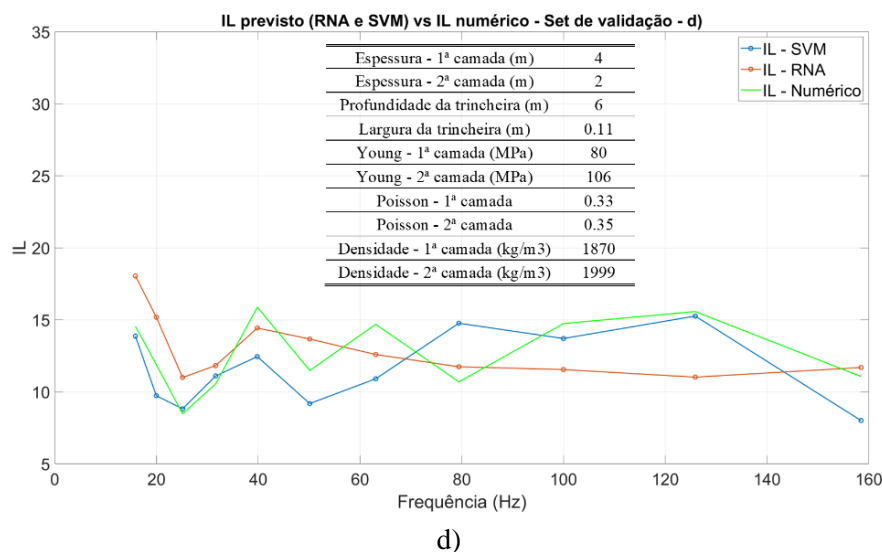


Figura 4 – Comparação de 4 casos específicos do IL previsto pelos modelos *machine learning* com o método numérico, e suas propriedades geométricas e elásticas.

Da análise a figura 4, pode-se concluir que os modelos RNA e SVM conseguem prever o parâmetro IL de forma muito competente, dada a proximidade entre as curvas, e o claro acompanhamento da tendência da curva numérica. A análise aos parâmetros em cada um dos casos apresentados permite verificar que os modelos RNA e SVM se comportam de forma muito competente em cenários que fazem sentido fisicamente, em que por exemplo, o módulo de Young da segunda camada é superior ao da primeira camada. A mesma tendência (com exceção da simulação c)) é visível para o parâmetro densidade.

A variação, entre os casos simulados, do parâmetro profundidade da trincheira deverá ter considerável influência na determinação de padrões que permitem aos modelos *machine learning* utilizados generalizar de forma eficiente. O que aparenta facilitar a capacidade preditiva dos modelos *machine learning* é a profundidade da trincheira superar a superfície de descontinuidade (devido à diferença significativa das propriedades entre camadas) que constitui o limite inferior da primeira camada.

5 Conclusões

Com base nos resultados apresentados, podemos concluir que tanto o modelo RNA como o modelo SVM demonstraram capacidades muito interessantes na previsão do parâmetro perda por inserção. O modelo RNA devolveu um coeficiente de correlação mais elevado em todos os conjuntos de dados (treino, teste e validação), indicando uma melhor adaptação aos dados utilizados no treino da rede e uma capacidade de generalização superior perante dados novos. O modelo SVM apresentou uma correlação a rondar os 0.9 nos conjuntos de dados de treino e teste, demonstrando uma performance de generalização ligeiramente inferior ao do modelo RNA.

A sobreposição das curvas de IL obtidas pelos diferentes métodos (RNA, SVM e Numérico) para os diferentes conjuntos de dados demonstra a elevada eficácia das metodologias *machine learning* na previsão deste parâmetro. Naturalmente, a capacidade de ambas as metodologias preditivas nos conjuntos de treino e de teste é superior à demonstrada no conjunto de validação, uma vez que as simulações que compunham esses aqueles conjuntos fizeram parte do lote de dados utilizados no treino

de ambos os modelos. No entanto, é notória a clara tendência dos modelos em acompanhar a curva de referência (numérica) na grande maioria das simulações que integram o lote de dados de validação.

Finalmente, a constatação de que estes modelos *machine learning* funcionam muito bem em casos específicos que fazem sentido do ponto de vista físico, atestam a utilidade e fiabilidade deste tipo de metodologias na previsão de um parâmetro tão importante como o é a perda por inserção.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pela FCT/MCTES através de fundos nacionais (PIDDAC) no âmbito da Unidade de I&D Instituto para a Sustentabilidade e Inovação em Engenharia Estrutural (ISISE), sob a referência UIDB/04029/2020 (doi.org/10.54499/UIDB/04029/2020), e sob o Laboratório Associado Produção Avançada e Sistemas Inteligentes ARISE sob a referência LA/P/0112/2020, no âmbito do Projeto PTDC/ECI-EGC/3352/2021 (IntRail).

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia, ao abrigo do contrato de bolsa 2022.12096.BD atribuído ao 1º autor.

Este trabalho foi igualmente financiado por: Financiamento Base - UIDB/04708/2020 DOI 10.54499/UIDB/04708/2020 (<https://doi.org/10.54499/UIDB/04708/2020>) e Financiamento programático - UIDP/04708/2020 DOI 10.54499/UIDP/04708/2020 (<https://doi.org/10.54499/UIDP/04708/2020>) da Unidade de Investigação CONSTRUCT - Instituto de I&D em Estruturas e Construções - financiada por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC).

Bolsa Individual n. 2022.00898. CEECIND (Scientific Employment Stimulus - 5th Edition) financiada pela FCT (10.54499/2022.00898.CEECIND/CP1733/CT0005).



Referências

- [1] A. Colaço, P. A. Costa, P. Amado-Mendes, L. Godinho, and R. Calçada, “Mitigation of vibrations and re-radiated noise in buildings generated by railway traffic: A parametric study,” *Procedia Eng.*, vol. 199, pp. 2627–2632, 2017, doi: 10.1016/j.proeng.2017.09.401.
- [2] C. Cai, L. Gao, X. He, Y. Zou, K. Yu, and D. Wu, “The surface wave attenuation zone of periodic composite in-filled trenches and its isolation performance in train-induced ground vibration isolation,” *Comput. Geotech.*, vol. 139, no. June, p. 104421, 2021, doi: 10.1016/j.compgeo.2021.104421.
- [3] R. D. Woods, “Screening of Surface Wave in Soils,” *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 94, no. 4. pp. 951–979, 1968. doi: 10.1061/jsfeaq.0001180.
- [4] S. Feng, J. Li, X. Zhang, Z. Chen, Q. Zheng, and D. Zhang, “Numerical analysis of buried trench in screening surface vibration,” *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, vol. 126, no. August, p. 105822, 2019, doi: 10.1016/j.soildyn.2019.105822.
- [5] J. Patrício, “Anexo ii.1 – extrato do documento guia para a minoração da ocorrência de potenciais situações de incomodidade ao ruído e vibração no interior de residências decorrentes da circulação do metropolitano (outubro 2018),” no. Outubro 2018, p. 2022, 2022.

- [6] D. J. Thompson *et al.*, “Reducing railway-induced ground-borne vibration by using open trenches and soft-filled barriers,” *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, vol. 88, pp. 45–59, 2016, doi: 10.1016/j.soildyn.2016.05.009.
- [7] E. Çelebi, S. Firat, G. Beyhan, I. Çankaya, I. Vural, and O. Kirtel, “Field experiments on wave propagation and vibration isolation by using wave barriers,” *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, vol. 29, no. 5, pp. 824–833, 2009, doi: 10.1016/j.soildyn.2008.08.007.
- [8] K. L. Leung, D. E. Beskos, and I. G. Vardoulakis, “Vibration isolation using open or filled trenches - Part 3: 2-D non-homogeneous soil,” *Comput. Mech.*, vol. 7, no. 2, pp. 137–148, 1990, doi: 10.1007/BF00375927.
- [9] A. S. and A. T. M., “Simplified Design for Vibration Screening by Open and In-Filled Trenches,” *J. Geotech. Eng.*, vol. 117, no. 1, pp. 67–88, Jan. 1991, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1991)117:1(67).
- [10] F. Fahy, *Foundations of Engineering Acoustics*. Elsevier, 2003. doi: 10.1016/B978-0-12-247665-5.X5000-0.
- [11] F. Teixeira-Dias, J. P. Cruz, R. A. F. Valente, and R. J. A. Sousa, “Metodo dos Elementos Finitos Tecnicas de Simulacao Numerica em Engenharia,” p. 489, 2007.
- [12] R. P. Chapra, S. C.; Canale, *Métodos Numéricos para Engenharia*, 7ª edição. McGraw Hill Brasil, 2016.
- [13] Y. Choi, D. Ahn, Y. Lee, and J. Ahn, “Compaction quality monitoring of open-graded aggregates by light weight deflectometer and soil stiffness gauge,” *Sustainability*, vol. 12, no. 6, p. 2521, 2020.
- [14] H. T. Thai, “Machine learning for structural engineering: A state-of-the-art review,” *Structures*, vol. 38, no. December 2021, pp. 448–491, 2022, doi: 10.1016/j.istruc.2022.02.003.
- [15] J. A. Flores, *Focus on artificial neural networks*. Nova Science Publishers, 2021.
- [16] L. Pereira, L. Godinho, and F. G. Branco, “Predicting unconfined compression strength and split tensile strength of soil-cement via artificial neural networks,” *Geomech. Eng.*, vol. 33, no. 6, pp. 611–624, 2023, doi: 10.12989/gae.2023.33.6.611.
- [17] H. Lo Lee, J. S. Kim, C. H. Hong, and D. K. Cho, “Ensemble learning approach for the prediction of quantitative rock damage using various acoustic emission parameters,” *Appl. Sci.*, vol. 11, no. 9, p. 4008, 2021, doi: 10.3390/app11094008.
- [18] S. Tola, J. Tinoco, J. C. Matos, and E. O'Brien, “Scour Detection with Monitoring Methods and Machine Learning Algorithms—A Critical Review,” *Appl. Sci.*, vol. 13, no. 3, p. 1661, 2023, doi: 10.3390/app13031661.
- [19] V. Kecman, *Support Vector Machines – An Introduction BT - Support Vector Machines: Theory and Applications*, vol. 47. Springer Science & Business Media, 2005. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1007/10984697_1
- [20] N. Deng, Y. Tian, and C. Zhang, “Support vector machines: Optimization based theory, algorithms, and extensions,” *Support Vector Mach. Optim. Based Theory, Algorithms, Extensions*, pp. 1–315, 2012, doi: 10.1201/b14297.
- [21] S. Shalev-Shwartz and S. Ben-David, *Understanding machine learning: From theory to algorithms*, vol. 9781107057. Cambridge university press, 2013. doi: 10.1017/CBO9781107298019.